

Теорема Пифагора

Сложно представить, но в научной литературе существует 367 доказательств теоремы Пифагора. В школьной программе мы проходим гораздо меньше — в этом материале познакомимся с главными формулами и их доказательствами.

28 июля 2020

· Обновлено 13 июля 2022

Основные понятия

Теорема Пифагора, определение: в прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Гипотенуза — сторона, лежащая напротив прямого угла.

Катет — одна из двух сторон, образующих прямой угол.

Формула Теоремы Пифагора выглядит так:

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

где a , b — катеты, c — гипотенуза.

Из этой формулы можно вывести следующее:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Запоминаем

в любом прямоугольном треугольнике сумма квадратов длин двух катетов равна квадрату длины гипотенузы.

Для треугольника со сторонами a , b и c , где c — большая сторона, действуют следующие правила:

если $c^2 < a^2 + b^2$, значит угол, противолежащий стороне c , является

острым.

если $c^2 = a^2 + b^2$, значит угол, противолежащий стороне c , является прямым.

если $c^2 > a^2 + b^2$, значит угол, противолежащий стороне c , является тупым.
Записывайтесь на курсы обучения математике для школьников с 1 по 11 классы!

Реши домашку по математике на 5.

Подробные решения помогут разобраться в самой сложной теме.

Получить

Теорема Пифагора: доказательство

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Дано: $\triangle ABC$, в котором $\angle C = 90^\circ$.

Доказать: $a^2 + b^2 = c^2$.

Пошаговое доказательство:

Проведём высоту из вершины C на гипотенузу AB , основание обозначим буквой H .

Прямоугольная фигура $\triangle ACH$ подобна $\triangle ABC$ по двум углам:

$$\angle ACB = \angle CHA = 90^\circ,$$

A — общий.

Также прямоугольная фигура $\triangle CBH$ подобна $\triangle ABC$:

$$\angle ACB = \angle CHB = 90^\circ,$$

B — общий.

Введем новые обозначения: $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

Из подобия треугольников получим: $a : c = HB : a$, $b : c = AH : b$.

Значит $a^2 = c \cdot HB$, $b^2 = c \cdot AH$.

Сложим полученные равенства:

$$a^2 + b^2 = c \cdot HB + c \cdot AH$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot (HB + AH)$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot AB$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot c$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Теорема доказана.

Обратная теорема Пифагора: доказательство

Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей стороны, то такой треугольник является прямоугольным.

Дано: $\triangle ABC$

Доказать: $\angle C = 90^\circ$

Пошаговое доказательство:

Построим прямой угол с вершиной в точке C_1 .

Отложим на его сторонах отрезки $C_1A_1 = CA$ и $C_1B_1 = CB$.

Проведём отрезок A_1B_1 .

Получилась фигура $\triangle A_1B_1C_1$, в которой $\angle C_1 = 90^\circ$.

В этой фигуре $\triangle A_1B_1C_1$ применим теорему Пифагора: $A_1B_1^2 = A_1C_1^2 + B_1C_1^2$.

Таким образом получится:

Значит, в фигурах треугольниках $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$C_1A_1 = CA$ и $C_1B_1 = CB$ по результату построения,

$A_1B_1 = AB$ по доказанному результату.

Поэтому, $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle ABC$ по трем сторонам.

Из равенства фигур следует равенство их углов: $C = C_1 = 90^\circ$.

Обратная теорема доказана

Источник - Онлайн школа Skysmart: <https://skysmart.ru/articles/mathematic/teorema-pifagora-formula>

